

Prof. Dr. Alfred Toth

Doppelte Fraktalität intrinsischer semiotischer Zahlenfolgen

1. Die Selbstähnlichkeit intrinsischer semiotischer Relationen beruht nach Toth (2012) auf einer „doppelten“ Fraktalität der numerischen Zahlenfolgen dieser neu eingeführten semiotischen Relationen

$$ZR_{\text{int}}^3 = (\omega, (\omega, 1), ((\omega, 1), 1)),$$

denn setzt man z.B. $\omega = 1$, hat man

$$ZR_{\text{int}}^3 = (1, (1, 2), ((1, 2), 3)),$$

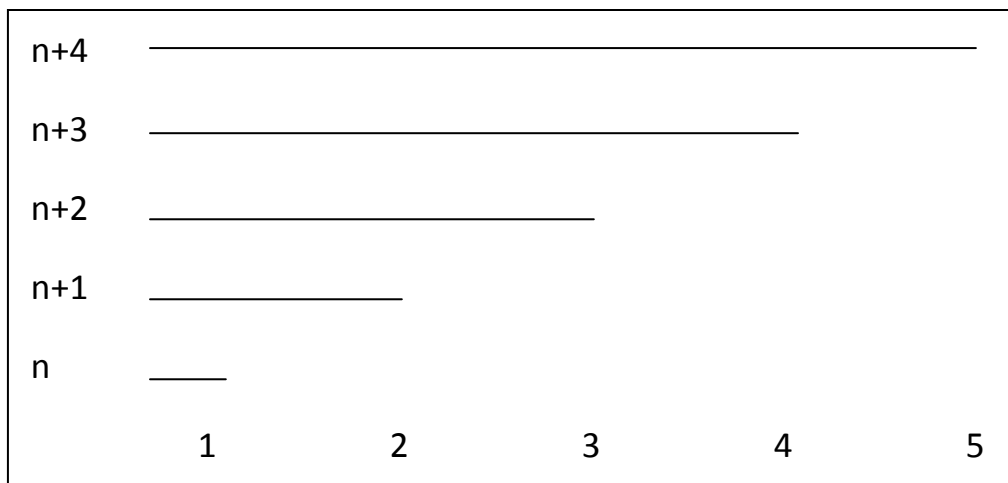
d.h. die ersten Werte der doppelt fraktalen Folge A002260 (OEIS)

1, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 5, 1, 2, 3, 4, 5, 6,
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 1, 2, 3, 4, 5, 6,
7, 8, 9, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,
9, 10, 11, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 1, 2, 3, 4, 5,
6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 1, 2, 3.

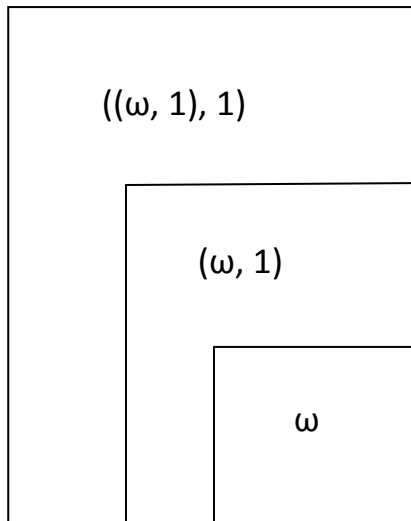
Es gilt also allgemein

$$ZR_{\text{int}}^3 = (a_1, (a_1, a_2), ((a_1, a_2), a_3), \dots, ((a_i, a_{i+1}), a_{i+2}), \dots, ((a_{n-2}, a_{n-1}), a_n).$$

Man hat also folgendes Modell für die ersten fünf intrinsischen Zahlen



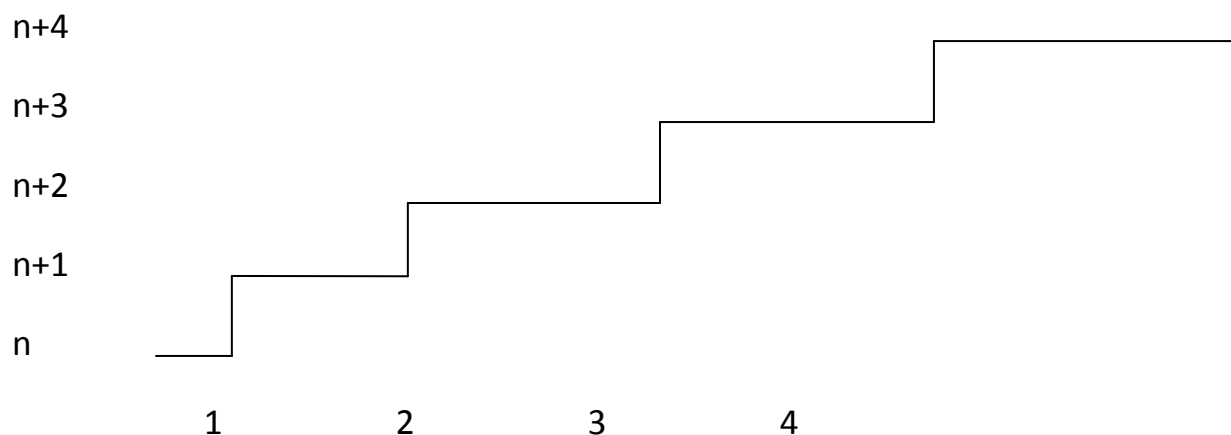
Als Mengendiagramm:



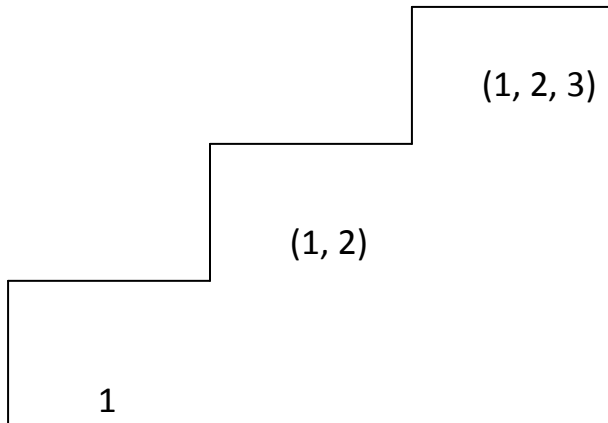
2. Damit ist das intrinsische Zeichenmodell quasi komplementär zum extrinsischen, vgl. z.B. Toth (2011), denn in der von Bense (1979, S. 53) konstruierten „verschachtelten“ Zeichenrelation als einer „Relation über Relationen“

$$ZR_{\text{ext}} = (1, ((1, 2), (1, 2, 3)))$$

enthält jeweils das Glied der Stufe n sämtliche Glieder der Stufen $(n-1), \dots, (n-m)$, die sich dann notwendigerweise alle in DERSELBEN relationalen Einschachtelungsstufe befinden. Das entsprechende extrinsische Zahlenmodell ist also



und das korrespondierende Mengendiagramm



Im Gegensatz zu ZR_{int} besitzt also ZR_{ext} einen komplementären semiotischen Raum, dessen Idee übrigens bereits von Bense stammt (Bense 1979, S. 101 ff.).

3. Man könnte nun auf die Idee kommen, die semiotische Relevanz einiger Variationen der originalen doppelt fraktalen Zahlenfolge

$$ZR_{int}^3 = (a_1, (a_1, a_2), ((a_1, a_2), a_3), \dots, ((a_i, a_{i+1}), a_{i+2}), \dots, ((a_{n-2}, a_{n-1}), a_n)$$

zu prüfen, indem nur Teilfolgen der Stufe (n-1) auf die Stufe (n) abgebildet werden, z.B.

- | | | | | | |
|----|---|------|---------|------------|---------------|
| a. | 1 | 1, 2 | 1, 2, 3 | 1, 2, 3, 4 | 1, 2, 3, 4, 5 |
| b. | 1 | 1 | 1, 2 | 1, 2, 3 | 1, 2, 3, 4 |
| c. | 1 | 2 | 1, 3 | 1, 2, 4 | 1, 2, 3, 5 |
| d. | 1 | 2 | 2, 3 | 2, 3, 4 | 2, 3, 4, 5 |
| e. | 1 | 1 | 1, 3 | 1, 3, 4 | 1, 3, 4, 5, |

wodurch also partielle komplementäre semiotische Räume geschaffen werden könnten. Ein zusätzliches Problem ergibt sich durch die unterschiedliche Einschachtelungstiefe der semiotischen Zahlen bzw. Kategorien; in ZR_{int}^3 haben wir

- | | |
|-----|---------------|
| n | ω |
| n-1 | $(\omega, 1)$ |

n-2 ((ω , 1), 1)).

Für die triadische Zahlenfolge (1, 2, 3) ergeben sich damit bereits folgende Möglichkeiten (von Permutationen wird abgesehen)

n 1; 2; 3

n-1 (1, 2, 3)

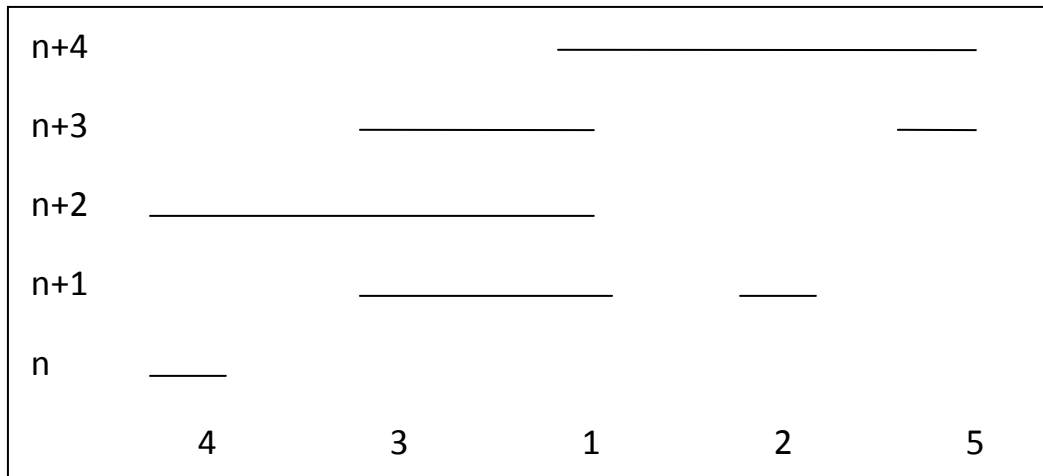
n-2 ((1), 2, 3); (1, (2), 3); (1, 2, (3));

((1, 2), 3); (1, (2, 3)); ((1, 3), 2)),

man kann sich aber natürlich auch sehr viel tiefere Einschachtelungen vorstellen wie z.B.

((ω , 1), ((1, 2), (3, (4, (5, (6)))))))).

Kombiniert man Einschachtelungstiefe und partielle Überdeckung von Gliedern intrinsischer semiotischer Zahlenfolgen, dann erhält man zahlentheoretische Strukturen wie z.B. die folgende



Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Zu einer Stufen- und Typensemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Zur Selbstähnlichkeit extrinsischer und intrinsischer Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012